Serie 5

1. Morgen wird es entweder ausschliesslich regnen oder schneien. Die Wahrscheinlichkeit, dass es regnen wird ist $\frac{2}{5}$ und die Wahrscheinlichkeit für Schnee liegt bei $\frac{3}{5}$. Sollte es regnen, dann ist die Wahrscheinlichkeit zu spät zur Vorlesung zu kommen $\frac{1}{5}$, während die Wahrscheinlichkeit bei Schneewetter bei $\frac{3}{5}$ liegt.Wie wahrscheinlich ist es zu spät in der Vorlesung zu erscheinen?

2. Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum, $A,\ B$ und C drei Ereignisse

a) Nehme an, dass $P(B \cap C) > 0$. Zeige, dass
   i) $P(C) > 0$.
   ii) $P(A \cap B \cap C) = P(A|B \cap C)P(B|C)P(C)$.

b) Nehme an, dass A, B und C paarweise unabhängig voneinander sind. Zeige, dass
   i) $A \cup B$ und C voneinander unabhängig sind.
   ii) die Indikatorfunktionen $\mathbf{1}_A, \mathbf{1}_B$ und $\mathbf{1}_C$ paarweise voneinander unabhängig sind.

3. Du nimmst an einem Pokerspiel teil gegen einen weiteren Spieler. Gespielt wird mit den klassischen 52 Karten (4 Farben und 13 verschiedene Kartenwerte). Jeder Spieler bekommt 5 Karten ausgeteilt.

a) Angenommen du weisst, dass dein Gegner mindestens eine Dame in der Hand hat. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 2 Damen in der Hand hat?

b) Angenommen du weisst, dass dein Gegner eine Herz-Dame in der Hand hat, wie wahrscheinlich ist es, dass er mindestens 2 Damen in der Hand hat?

4. Es ist sicher, dass ein betimmter Patient p eine der Krankheiten $k_1,\ k_2$ or k_3 hat. Um herauszufinden, welche dieser Krankheiten den Patienten befallen haben, werden zwei Tests hintereinander ausgeführt. Diese Tests haben als Ergebnis entweder positiv (+) oder negativ (–). In der Tabelle unten bedeutet + –, dass der erste Test positiv war und der zweite Test negativ, wobei der Patient die Krankheit auch wirklich hatte (analog definieren wir + +, – +, und – –). Wir erhalten bei 10'000 Patienten die folgende Tabelle:

Bitte wenden!

Krankheit	Anzahl von Patienten mit der jeweiligen Krankheit	Testergebnisse $++$	$+-$	$-+$	$--$
k_1	3'215	2'110	301	704	100
k_2	2'125	396	132	1'187	410
k_3	4'660	510	3'568	73	509
Insgesamt	10'000				

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Patient p die Krankheit $k_i,\ i = 1, 2, 3$ hat, bevor der Test durchgeführt wird?

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Patient p die Krankheit k_3 hat, unter der Voraussetzung, dass beide Tests positiv waren? Was gilt wenn beide negativ waren?

Abgabe: Montag 23.März in der Übungsstunde.